Flutter Phenomenon

PART 1: AEROELASTIC EQUATIONS WITHOUT EXPLICIT FORMULATION OF AERODYNAMIC TERMS

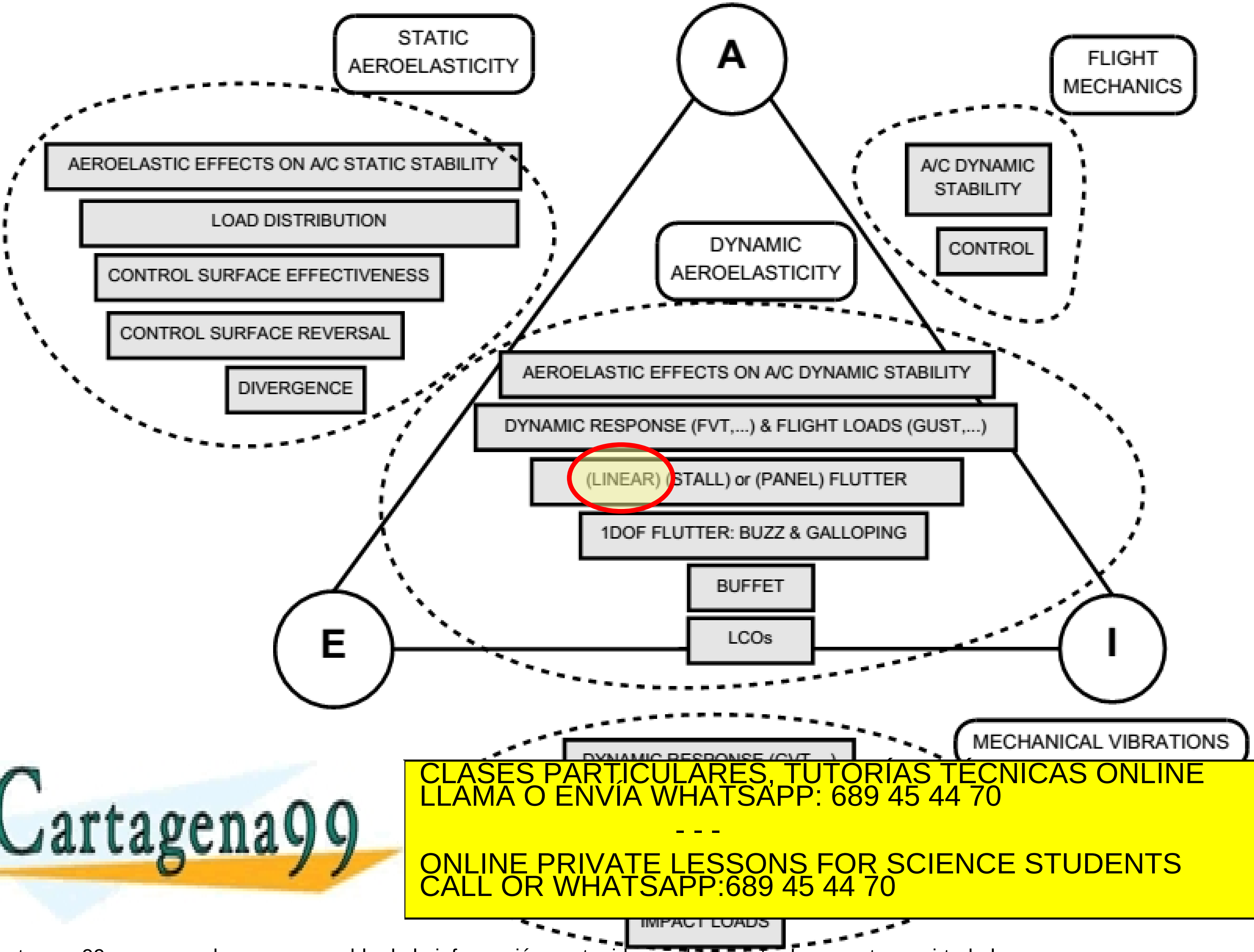
Next weeks…

PART 2: FORMULATION OF THE AERODYNAMIC FORCES

Cartagena99
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

CLASSICAL LINEAR FLUTTER
WHERE WE ARE IN THE COLLAR'S DIAGRAM ?



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

PHYSICAL EXPLANATION OF FLUTTER
… FIRST CONTACT …

☐ General → Video

☐ V-Tail Flutter → Video

☐ Aeromodel → Video

NON-DAMPED OSCILLATORY MOTION

of

NORMAL MODES

due to

ELASTIC INSTABILITY)

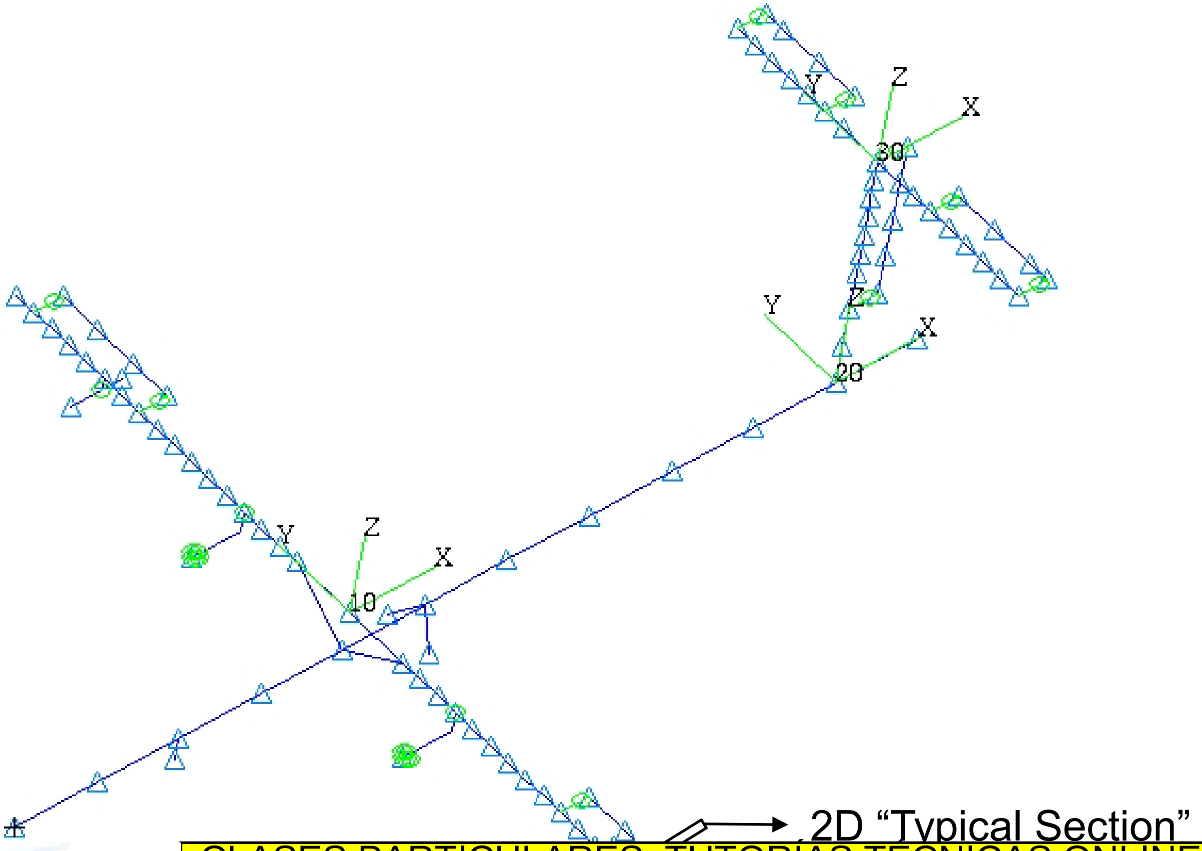
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

PHYSICAL EXPLANATION OF FLUTTER
… CONCEPT OF NORMAL MODES IN THE A/C …

- ❑ Generic Transport Aircraft (**GTA**) FE Model →



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

PHYSICAL EXPLANATION OF FLUTTER

… an easy-to-understand phenomenon with a tricky mathematical treatment …

“ It has been said that the development of unsteady airload theory for oscillating wings did more to promote misunderstanding of the flutter phenomenon that any other factor”

(Bisplinghoff, “Principles of Aeroelasticity”)

Then, let’s start today with a *physical explanation* of the flutter with focus on:

- ✓ UNSTEADY AERODYNAMICS

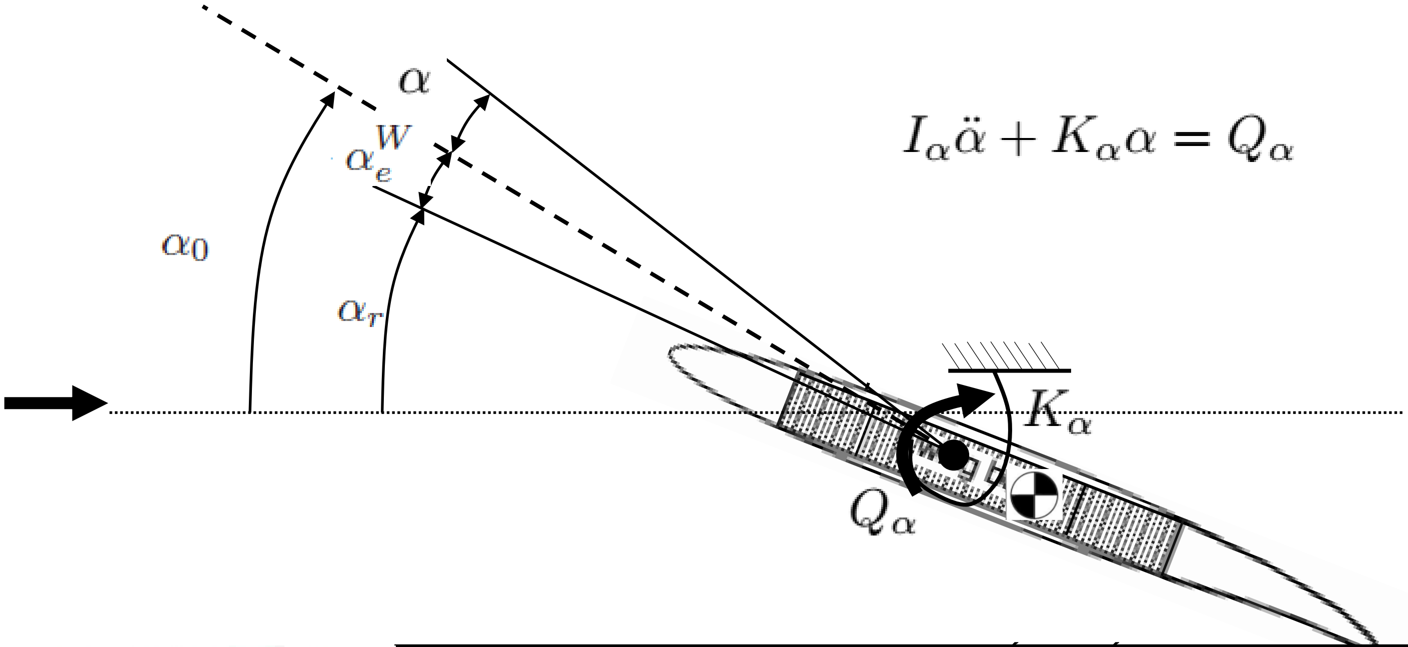
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

PHYSICAL EXPLANATION OF FLUTTER – UNSTEADY AERODYNAMICS
“Typical Section” with pure rotational motion

- ☐ Let’s start with …
  - ✓ 1DOF: Pure rotation around the elastic axis
  - ✓ Let’s assume we know the expression of the aerodynamic moment (next slide)
  - ✓ Let’s play with the equations !



$$I_\alpha \ddot{\alpha} + K_\alpha \alpha = Q_\alpha$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

PHYSICAL EXPLANATION OF FLUTTER – UNSTEADY AERODYNAMICS
Equations with aerodynamic terms

$$I_\alpha \ddot{\alpha} + K_\alpha \alpha = Q_\alpha$$

$$\left[I_\alpha - \frac{\partial Q_\alpha}{\partial \ddot{\alpha}}\right]\ddot{\alpha} - \frac{\partial Q_\alpha}{\partial \dot{\alpha}}\dot{\alpha} + \left[K_\alpha - \frac{\partial Q_\alpha}{\partial \alpha}\right]\alpha = 0$$

$$\Downarrow$$

$$a_0 p^2 + a_1 p + a_2 = 0$$

$$a_2 \leq 0 \left(K_\alpha \leq \frac{\partial Q_\alpha}{\partial \alpha}\right) \quad \Rightarrow \text{Torsional divergence}$$

$$a_1 \leq 0 \left(\frac{\partial Q_\alpha}{\partial \dot{\alpha}} \geq 0\right) \quad \Rightarrow \text{Dynamic instability of } \mathit{Flutter}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

mathematics.

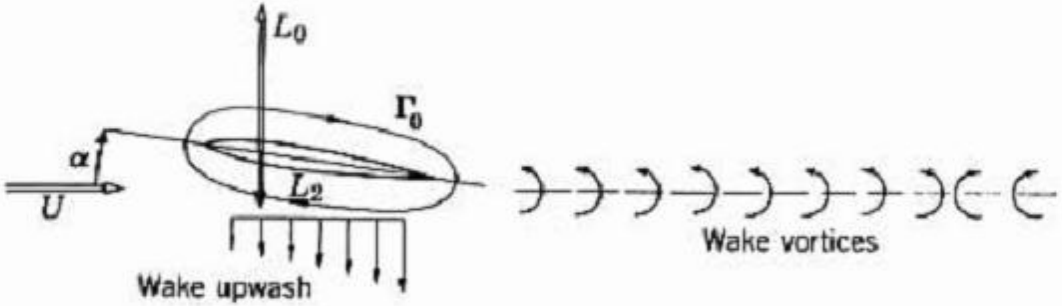
Notes: photo from *http://history.nasa.gov/SP-4305/ch4.htm*

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

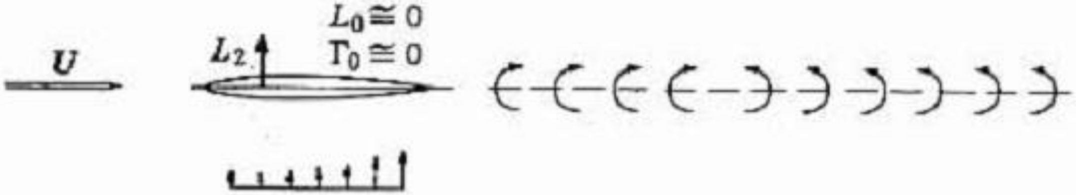
PHYSICAL EXPLANATION OF FLUTTER

Unsteady Aerodynamics – The influence of the wake

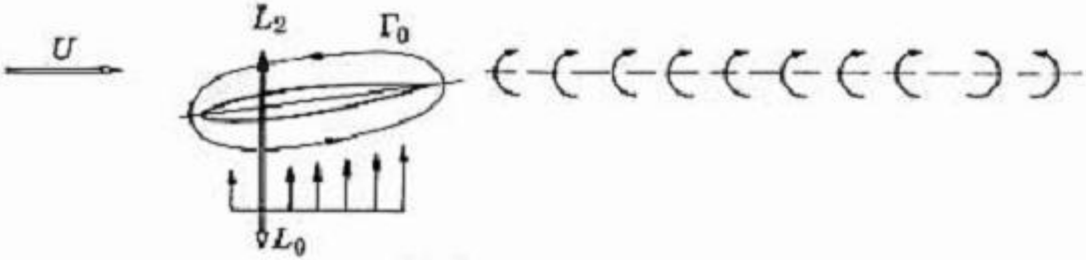
- For this example …
  - ✓ Rotational axis ahead of ¼-chord line
  - ✓ Reduced frequency k less than 0.0435



(a) Maximum positive α



(b) $\alpha = 0$, $\dot{\alpha} < 0$



(c) Maximum negative α

Cartagena99

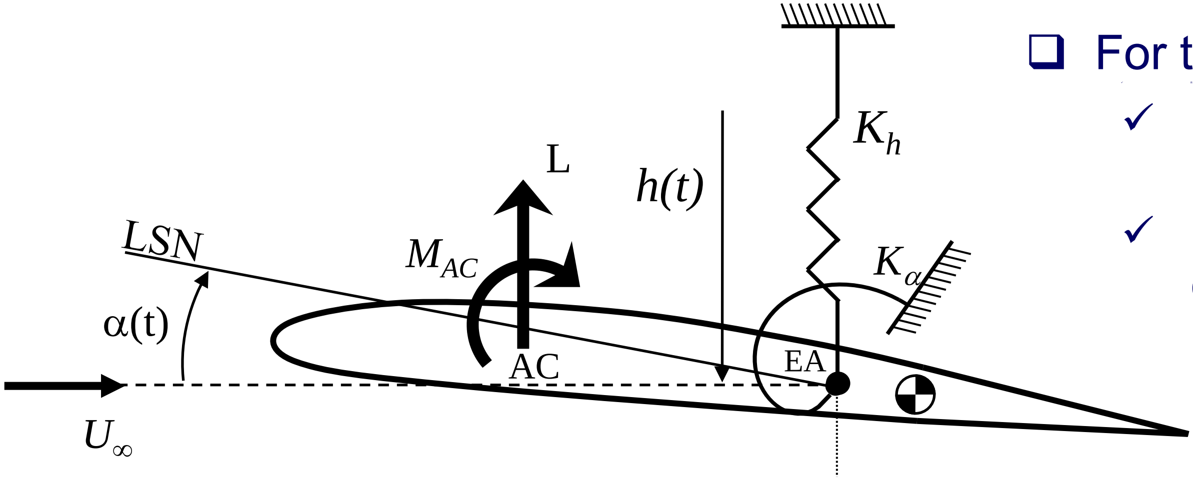
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

(d) $\alpha = 0$, $\dot{\alpha} > 0$

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

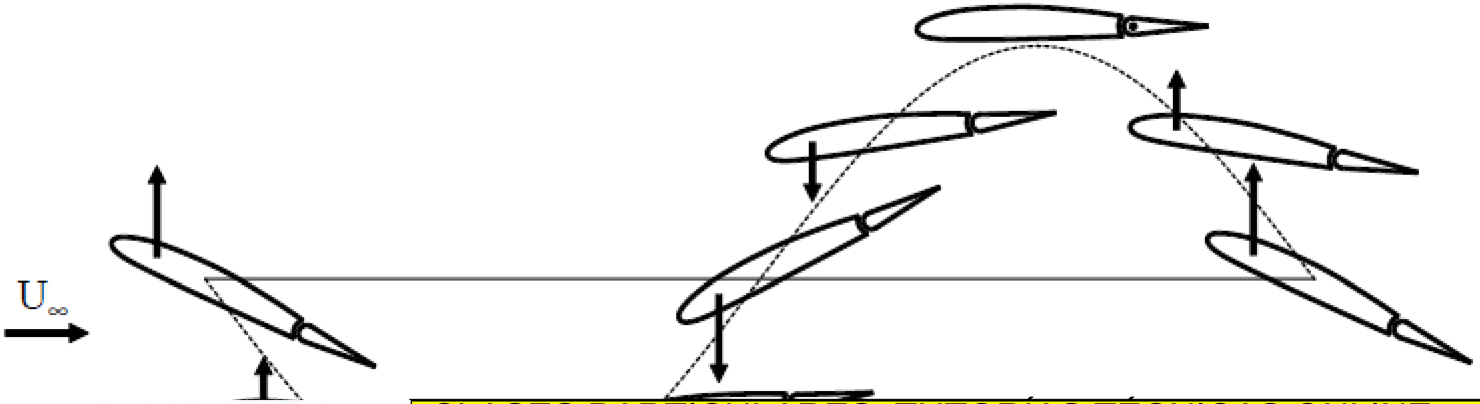
PHYSICAL EXPLANATION OF FLUTTER – COALESCENCE OF MODES

"Typical Section" with heaving (bending) + pitching (torsion)



- ☐ For this example …
  - ✓ Lift is determined by the instantaneous angle of attack
  - ✓ Lift acts at the aerodynamic center

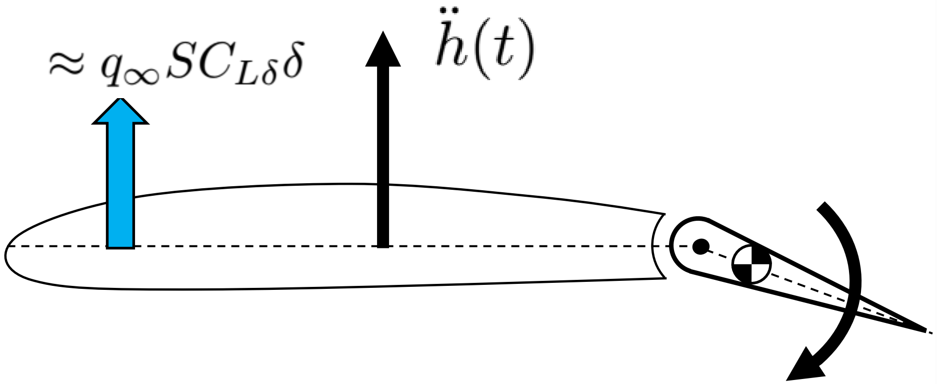
$$\alpha_{qs} \approx \alpha + \frac{\dot{h}}{U_\infty}$$

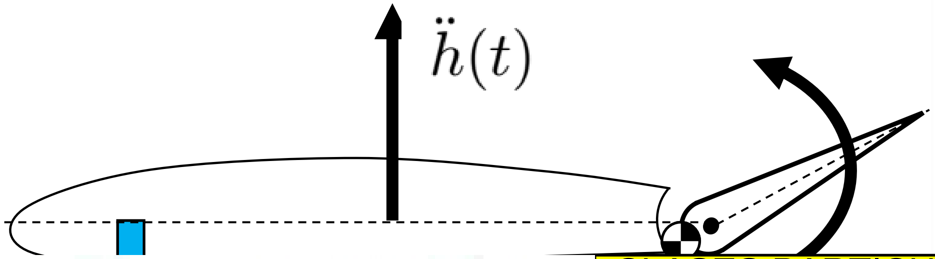


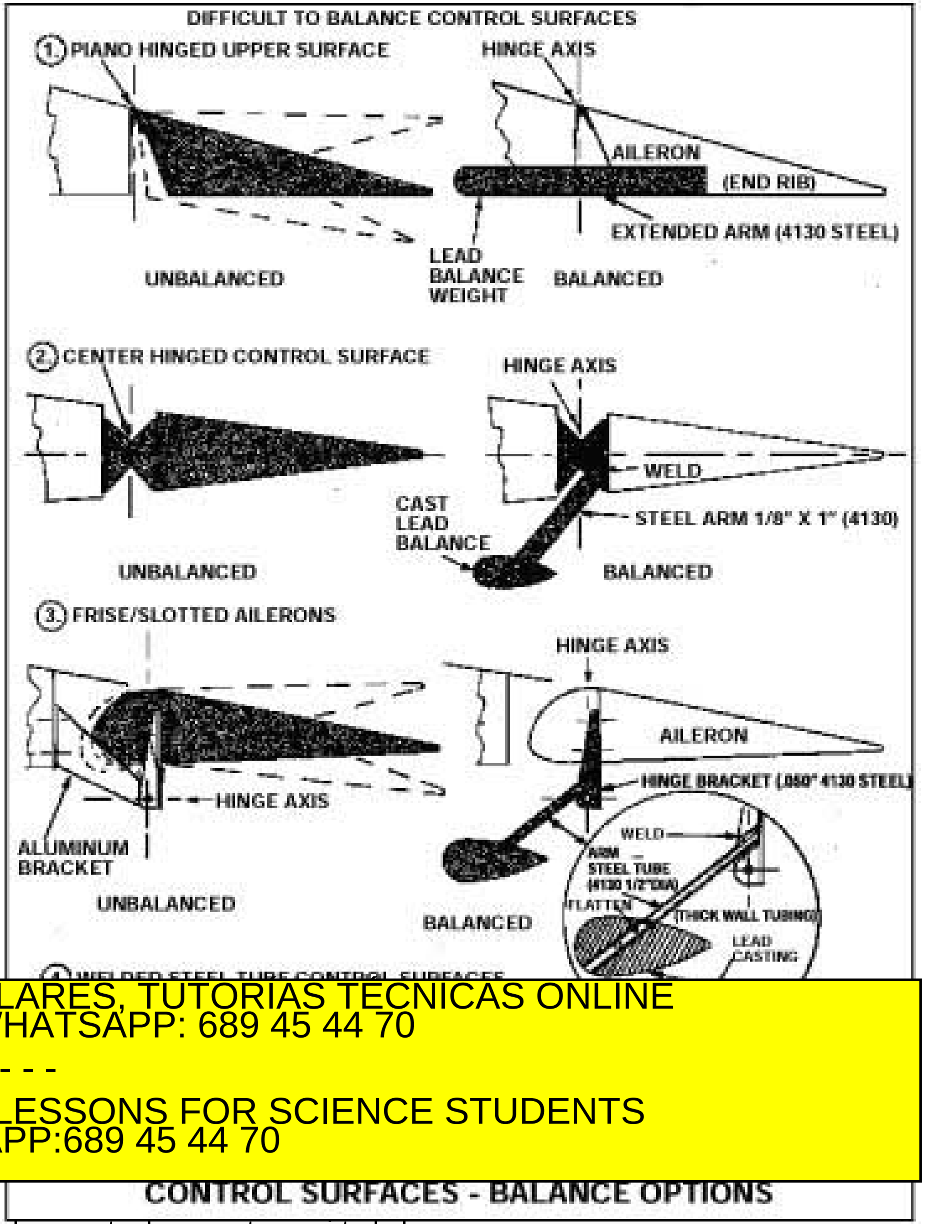
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

PHYSICAL EXPLANATION OF FLUTTER – CONTROL SURFACE
Control Surface deflection coupled with bending / torsion







Cartagena99

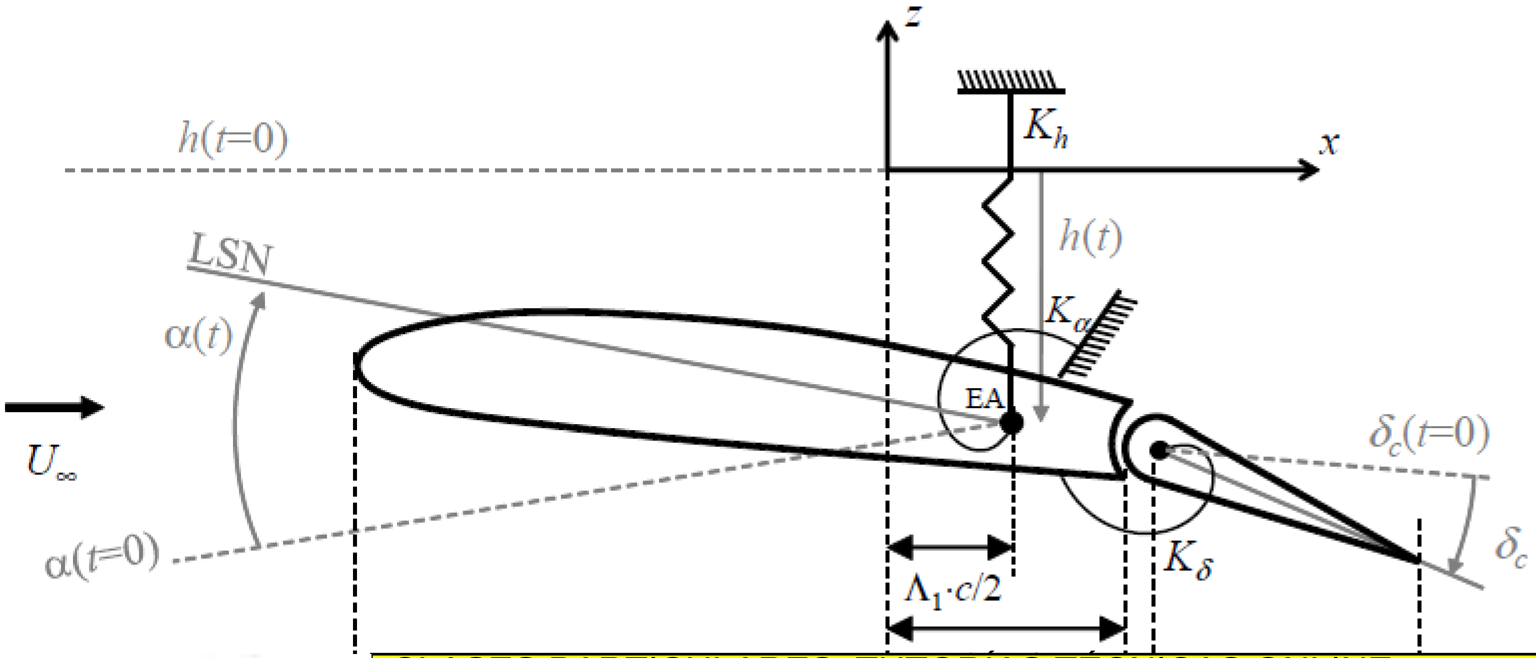
CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TECNICAS ONLINE
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Mass balance → move forward the CS CoG

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

LAGRANGE'S EQUATIONS OF 3D "TYPICAL SECTION"

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}\right)+\frac{\partial U}{\partial q_i}+\frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i}=Q_i^A \qquad Q_i=\sum_{k=1}^{N}\frac{\partial \vec{r}_k}{\partial q_i}\cdot\vec{F}_k$$

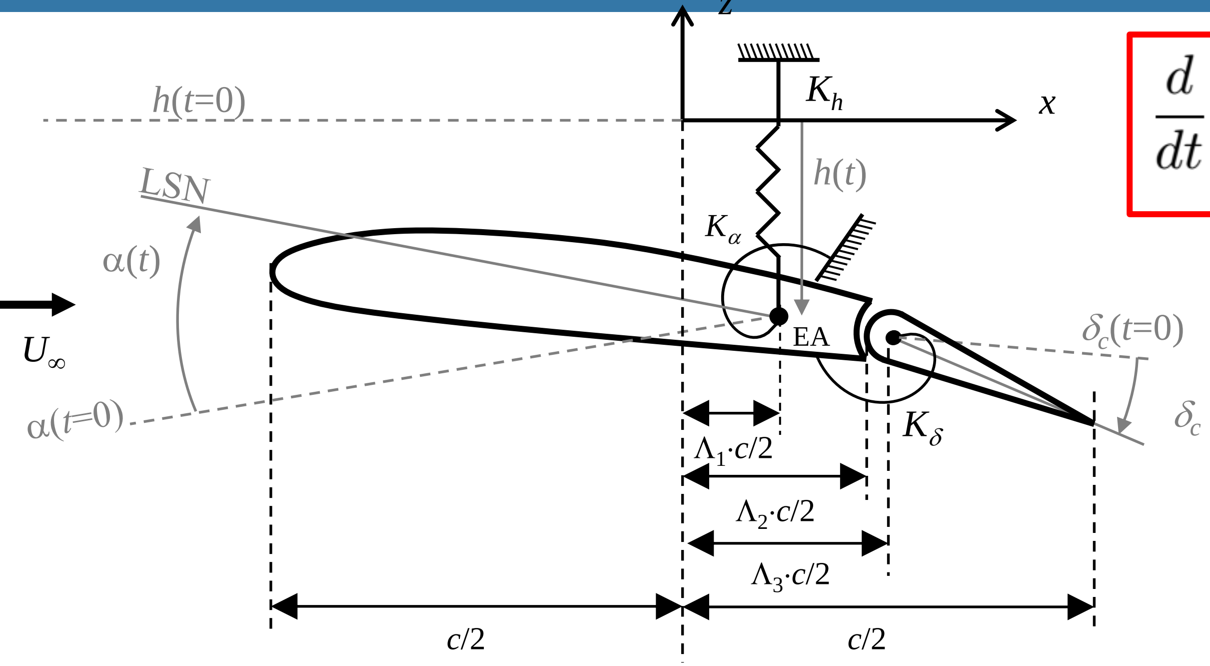


Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

LAGRANGE'S EQUATIONS
Kinetic Energy



$$\boxed{\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot q_j}\right)}+\frac{\partial U}{\partial q_j}+\frac{\partial D}{\partial \dot q_j}=Q_j$$

$$\mathrm{d}T=\frac{1}{2}(\mathrm{d}m\cdot 1)\left[\dot h+\left(x-\Lambda_1\frac{c}{2}\right)\dot\alpha+\left(x-\Lambda_3\frac{c}{2}\right)H\left(x-\Lambda_2\frac{c}{2}\right)\dot\delta_c\right]^2$$

$$T=\left[\frac{1}{2}M\dot h^2+\frac{1}{2}I_\alpha\dot\alpha^2+\frac{1}{2}I_\delta\dot\delta_c^2+S_\alpha\dot h\dot\alpha+S_\delta\dot h\dot\delta_c+\left(I_\delta+\Lambda_{31}\frac{c}{2}S_\delta\right)\dot\alpha\dot\delta_c\right]$$

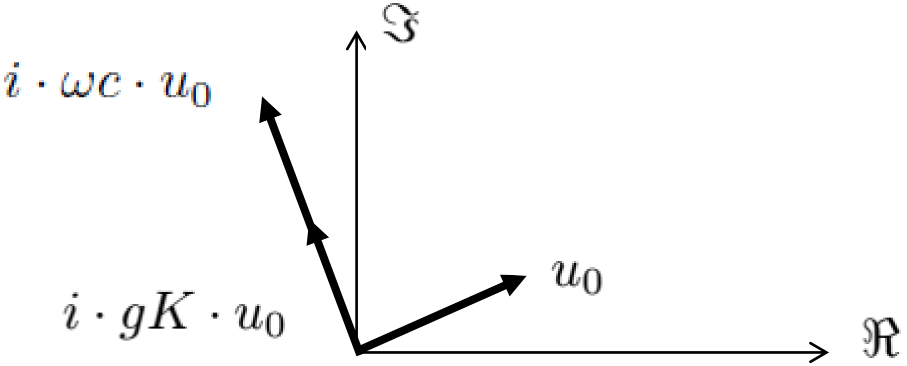
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

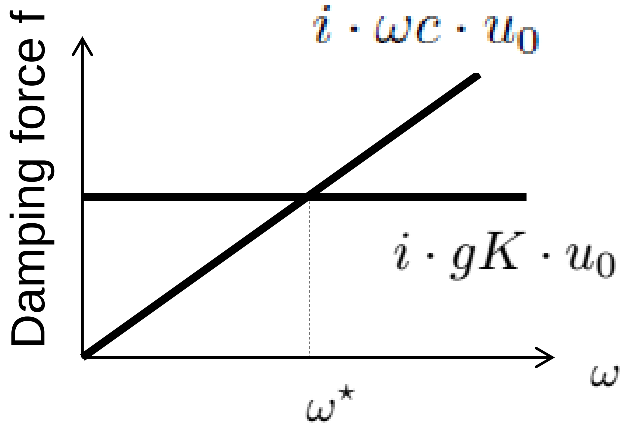
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

LAGRANGE’S EQUATIONS
Damping

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j}\right) + \frac{\partial U}{\partial q_j} + \boxed{\frac{\partial D}{\partial \dot{q}_j}} = Q_j$$

- ☐ ***Viscous*** damping → proportional to the speed $f_v = b\dot{u}$
  (Fluid viscosity, dampers,…)
- ☐ ***Structural*** damping → proportional to the displacement $f_s = i \cdot g \cdot K \cdot u$
  (Mechanical friction)





$$D_s = \frac{1}{2}\frac{gK}{\ }\dot{u}^2 \Rightarrow \frac{\partial D_s}{\partial \dot{u}} = \frac{gK}{\ }\dot{u} \Rightarrow f_s = i \cdot gK \cdot u_0$$

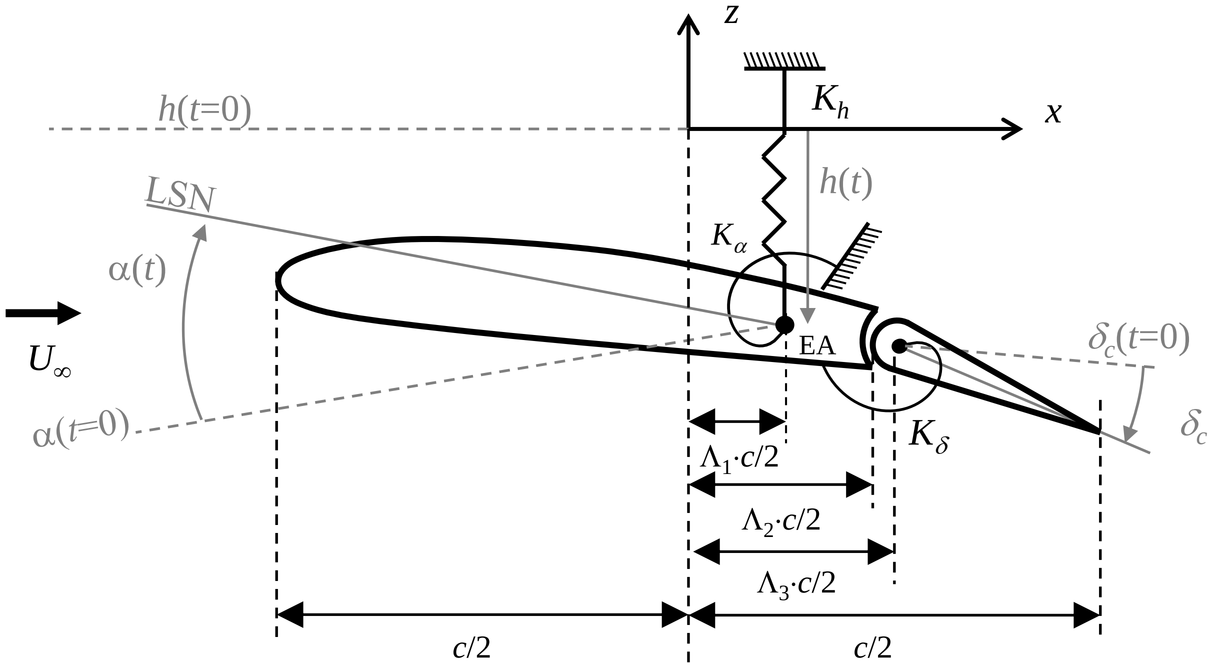
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

LAGRANGE'S EQUATIONS
Elastic Deformation

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j}\right)+\boxed{\frac{\partial U}{\partial q_j}}+\frac{\partial D}{\partial \dot{q}_j}=Q_j$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

FORMULATION OF LAGRANGE EQUATIONS
Non-dimensional formulation

$$\begin{bmatrix} M & S_\alpha & S_\delta \\ S_\alpha & I_\alpha & I_\delta + \Lambda_{31}\frac{c}{2}S_\delta \\ S_\delta & I_\delta + \Lambda_{31}\frac{c}{2}S_\delta & I_\delta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{h} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\delta}_c \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} M\omega_h^2 & 0 & 0 \\ 0 & I_\alpha\omega_\alpha^2 & 0 \\ 0 & 0 & I_\delta\omega_\delta^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} h \\ \alpha \\ \delta_c \end{Bmatrix} +$$

$$+\frac{1}{\omega}\begin{bmatrix} g_h M\omega_h^2 & 0 & 0 \\ 0 & g_\alpha I_\alpha\omega_\alpha^2 & 0 \\ 0 & 0 & g_\delta I_\delta\omega_\delta^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{h} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\delta}_c \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Q_h \\ Q_\alpha \\ Q_\delta \end{Bmatrix}, \qquad (3.15)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & x_\alpha & x_\delta \\ x_\alpha & r_\alpha^2 & r_\delta^2 + \Lambda_{31}x_\delta \\ x_\delta & r_\delta^2 + \Lambda_{31}x_\delta & r_\delta^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\ddot{h}}{c/2} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\delta}_c \end{Bmatrix} + \omega_\alpha^2 \begin{bmatrix} \left(\frac{\omega_h}{\omega_\alpha}\right)^2 & 0 & 0 \\ 0 & r_\alpha^2 & 0 \\ 0 & 0 & r_\delta^2\left(\frac{\omega_\delta}{\omega_\alpha}\right)^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{h}{c/2} \\ \alpha \\ \delta_c \end{Bmatrix} +$$

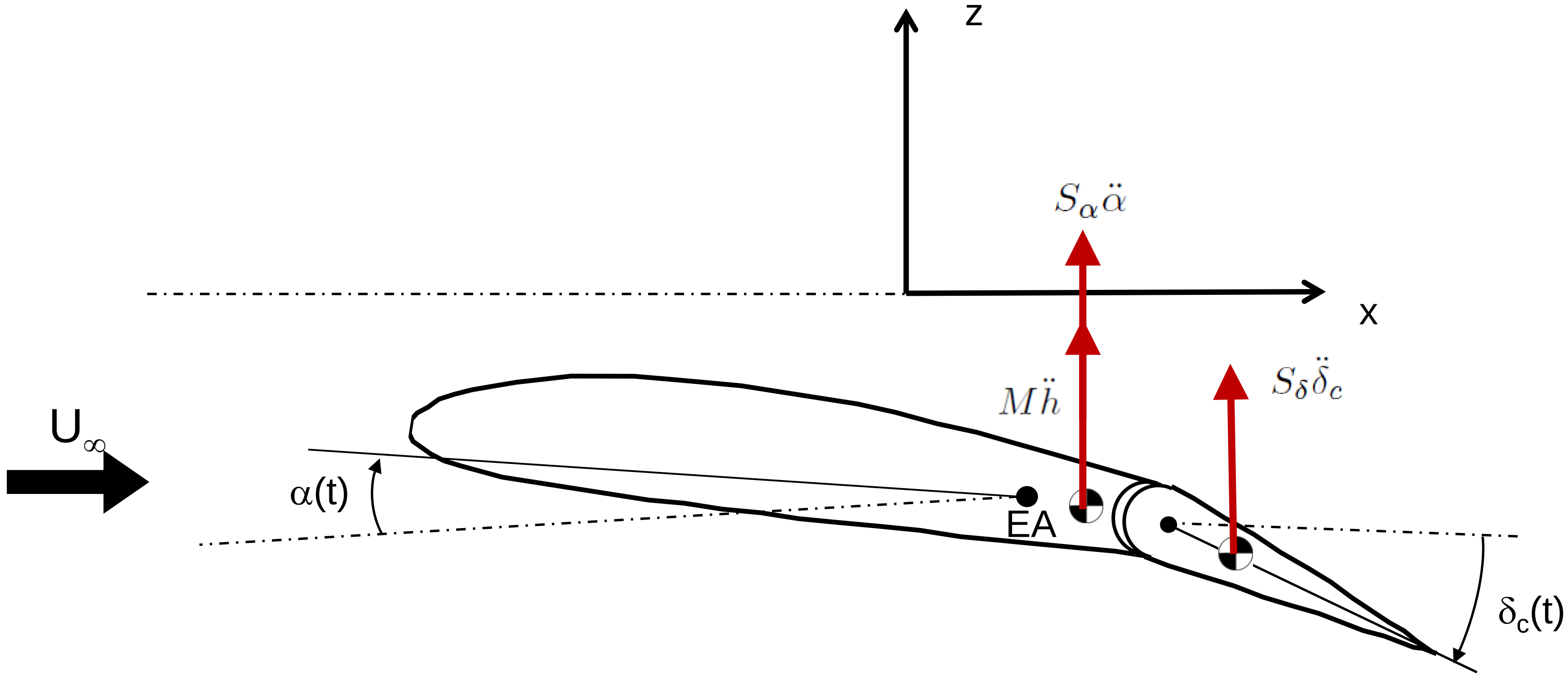
$$\omega_\alpha^2 \begin{bmatrix} g_h\left(\frac{\omega_h}{\omega_\alpha}\right)^2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{h} \end{Bmatrix} \quad \begin{Bmatrix} \frac{Q_h}{M\left(\frac{c}{2}\right)} \\ \frac{Q_\alpha}{} \end{Bmatrix}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

FORMULATION OF LAGRANGE EQUATIONS

h-DOF INERTIA FORCES

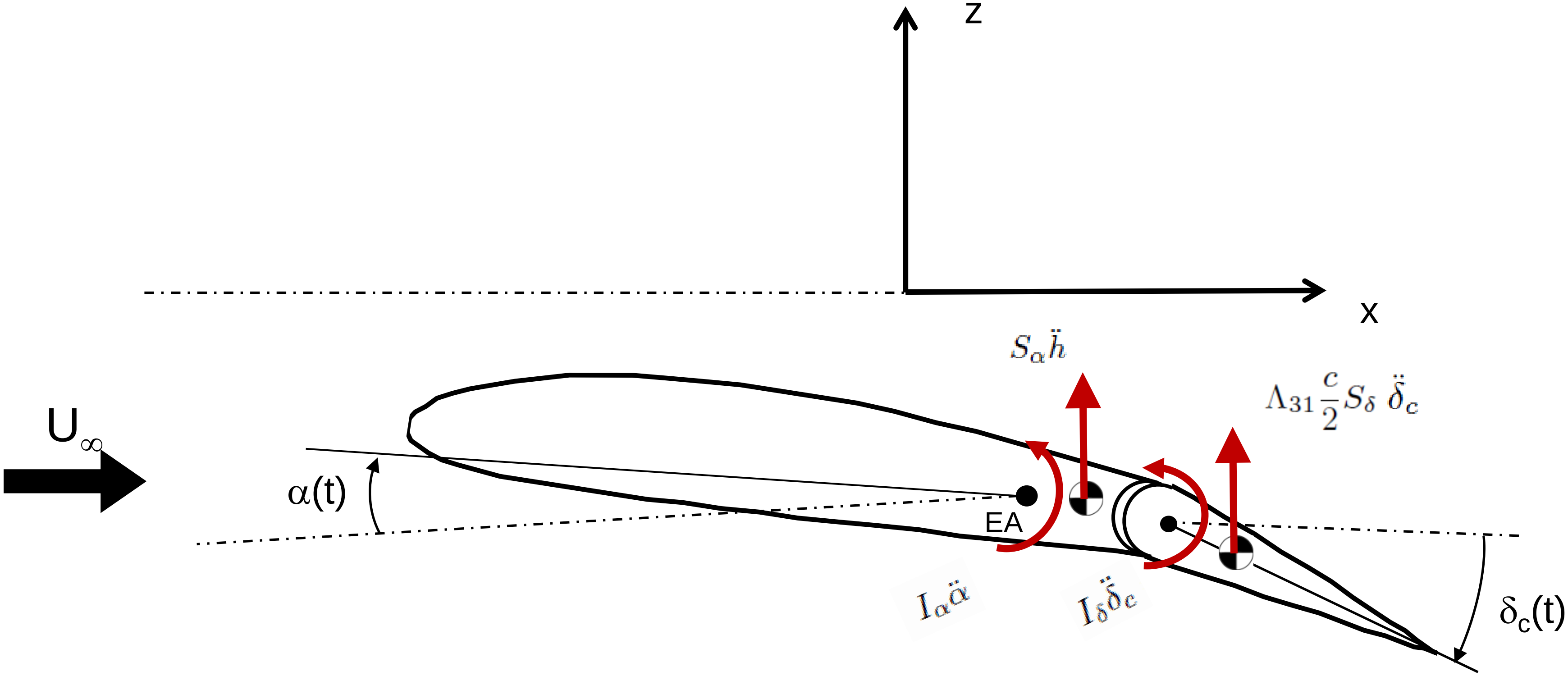


CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

FORMULATION OF LAGRANGE EQUATIONS

α-DOF INERTIA FORCES

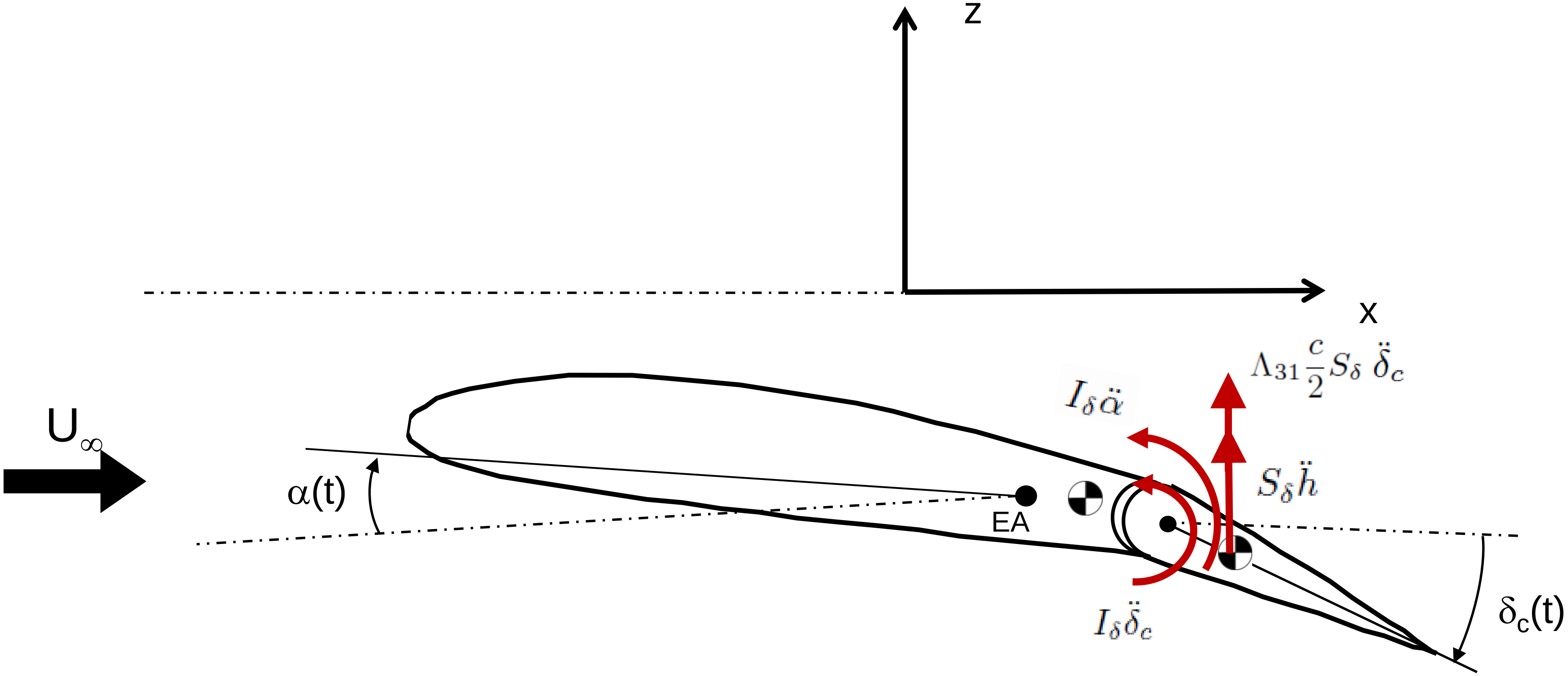


CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

FORMULATION OF LAGRANGE EQUATIONS

δ_c-DOF INERTIA FORCES



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

AEROELASTIC EQUATION IN FREQUENCY-DOMAIN

Harmonic response is assumed

$$\left(-\omega^2\left[M_{ij}\right]+i\omega\left[F_{ij}\right]+\left[K_{ij}\right]-\frac{\frac{1}{2}\rho_\infty U_\infty^2}{M}\left[Q_{ij}\right]\right)\begin{Bmatrix}\frac{h_0}{b}\\ \alpha_0\\ \delta_0\end{Bmatrix}=0$$

$$\left[-\left[M_{ij}\right]-\frac{1}{2\pi\mu k^2}\left[Q_{ij}\right]+\left(\frac{\omega_\alpha}{\omega}\right)^2(1+ig_\alpha)\left[\tilde{K}\right]\right]\begin{Bmatrix}\frac{h_0}{b}\\ \alpha_0\\ \delta_0\end{Bmatrix}=0$$

$$\boxed{\left|\left[\tilde{K}\right]^{-1}\left(\left[M_{ij}\right]+\frac{1}{2\pi\mu k^2}\left[Q_{ij}\right]\right)-\left(\frac{\omega_\alpha}{\omega}\right)^2(1+ig_\alpha)\left[I\right]\right|=0}$$

$$k=\frac{\omega b}{U_\infty}$$

$$\mu=\frac{M}{\pi\rho_\infty b^2}$$

Solution Method #01: Set equal to zero both real and imaginary parts to obtain “k” and “ω”

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

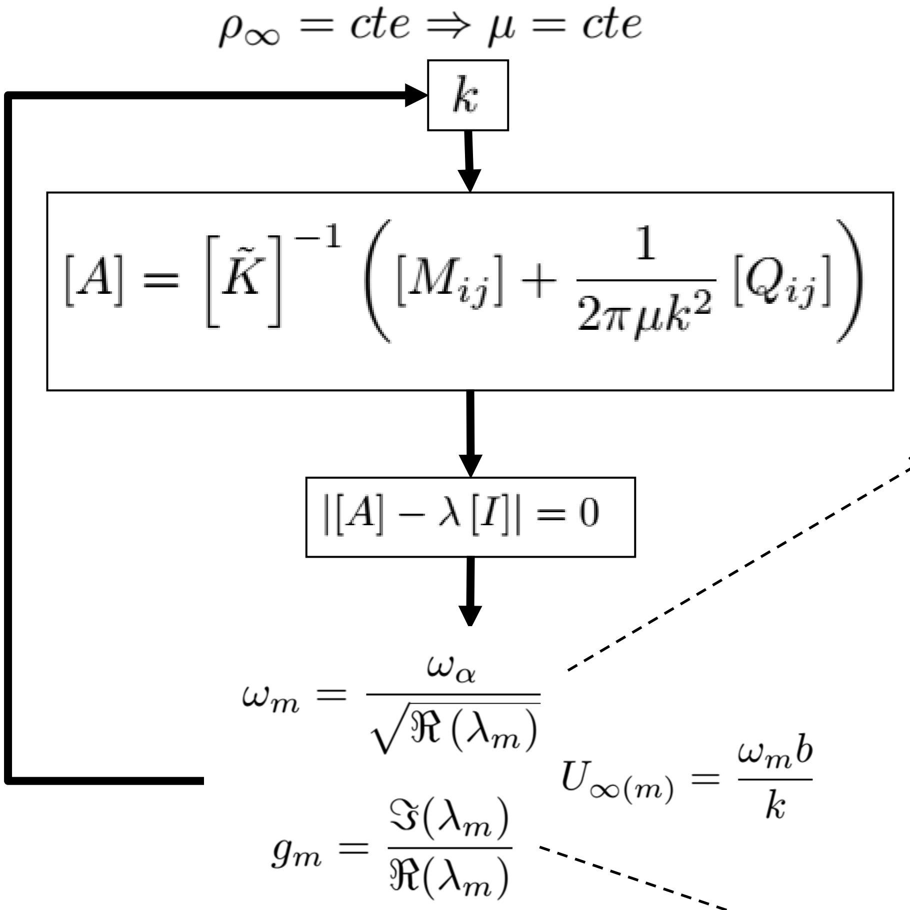
- Alternative method: invert the mass matrix

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero hágaselo saber y será retirada.

Solution Method #02: Vg-METHOD

$$\left|\left[\tilde{K}\right]^{-1}\left([M_{ij}]+\frac{1}{2\pi\mu k^2}[Q_{ij}]\right)-\boxed{\left(\frac{\omega_\alpha}{\omega}\right)^2(1+ig)}[I]\right|=0$$

NOTE: The structural damping is substituted by a generic “g” and the problem is converted into an EIGENVALUE PROBLEM with iteration in “k” till “g” matches the structural damping “g_α”



$$\rho_\infty = cte \Rightarrow \mu = cte$$

$$\boxed{k}$$

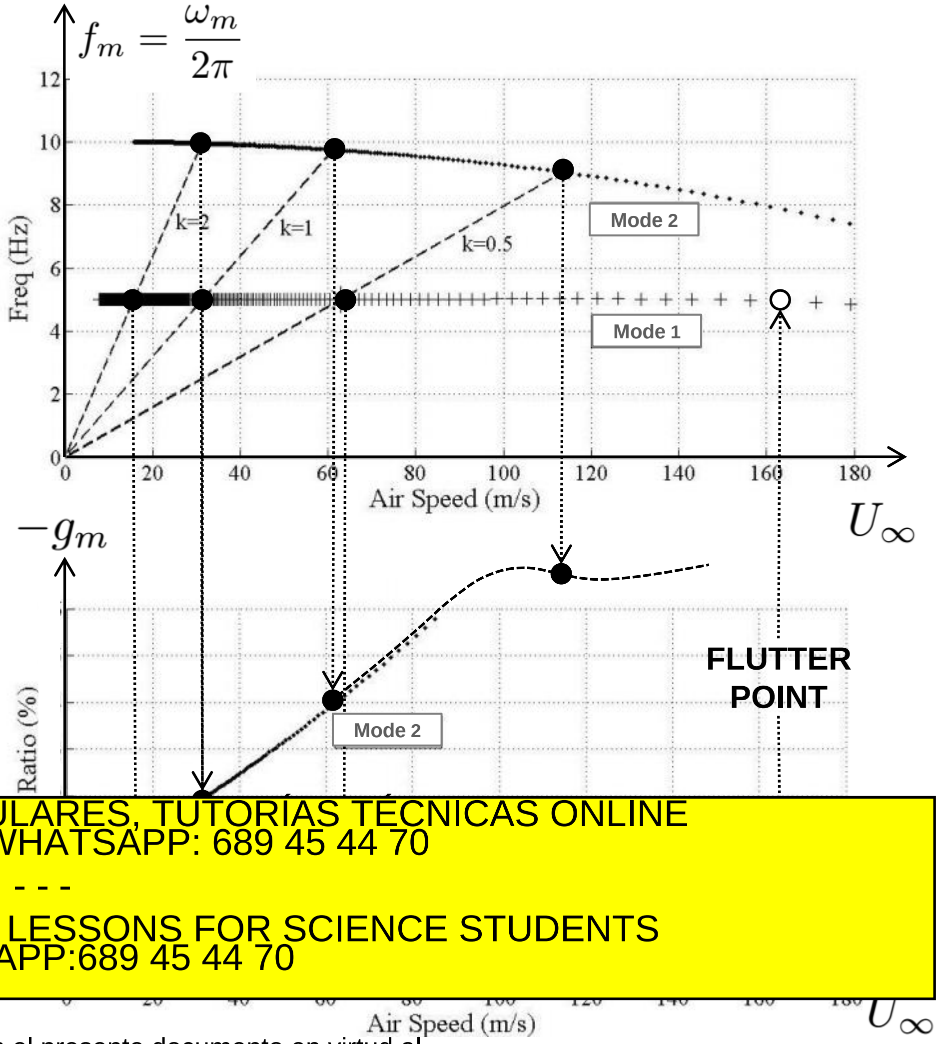
$$[A]=\left[\tilde{K}\right]^{-1}\left([M_{ij}]+\frac{1}{2\pi\mu k^2}[Q_{ij}]\right)$$

$$\left|[A]-\lambda[I]\right|=0$$

$$\omega_m=\frac{\omega_\alpha}{\sqrt{\Re(\lambda_m)}}$$

$$U_{\infty(m)}=\frac{\omega_m b}{k}$$

$$g_m=\frac{\Im(\lambda_m)}{\Re(\lambda_m)}$$



$g_m < g_\alpha$ → NO FLUTTER

$g_m > g_\alpha$ → DIVERGENT

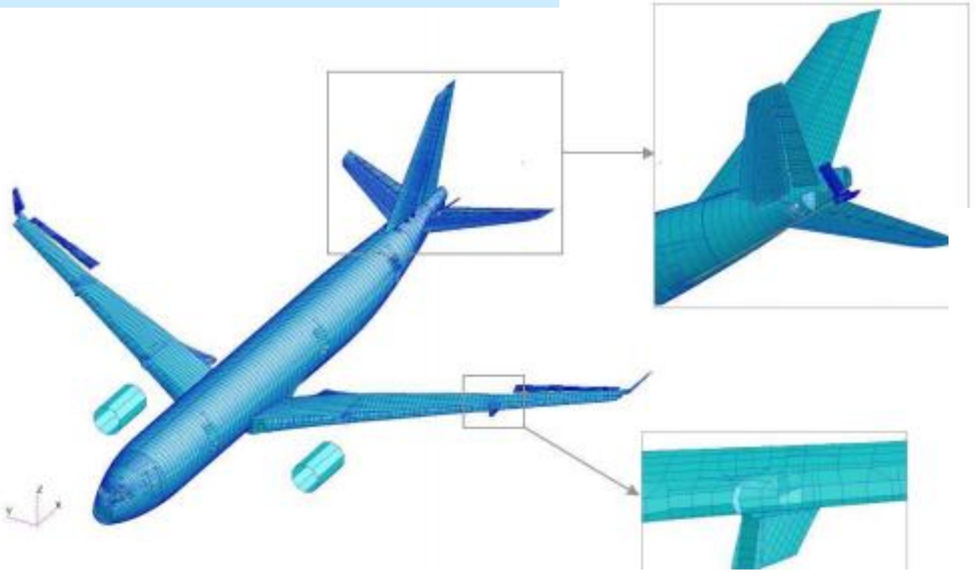
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

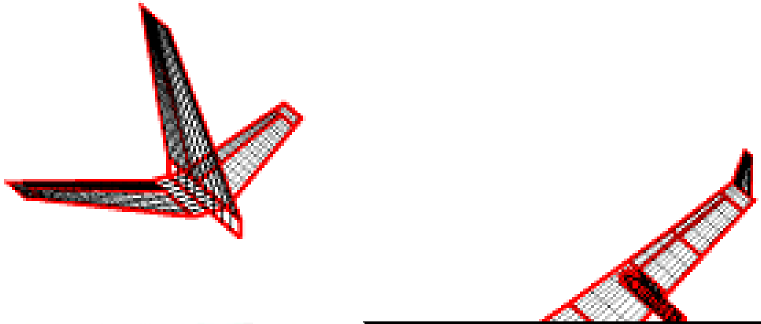
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

… AND THE REAL SITUATION : AIRCRAFT DESIGN

AEROELASTIC MODEL OF THE A330-MRTT TANKER AIRCRAFT

FINITE ELEMENT MODEL





LUMPED MASS MODEL

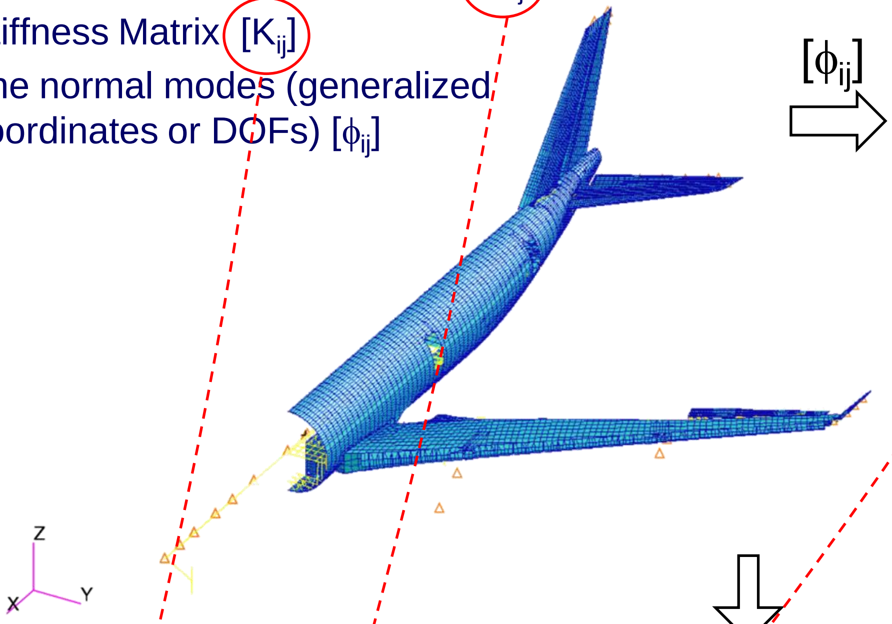
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

AND … IN MORE COMPLEX STRUCTURES LIKE A/C

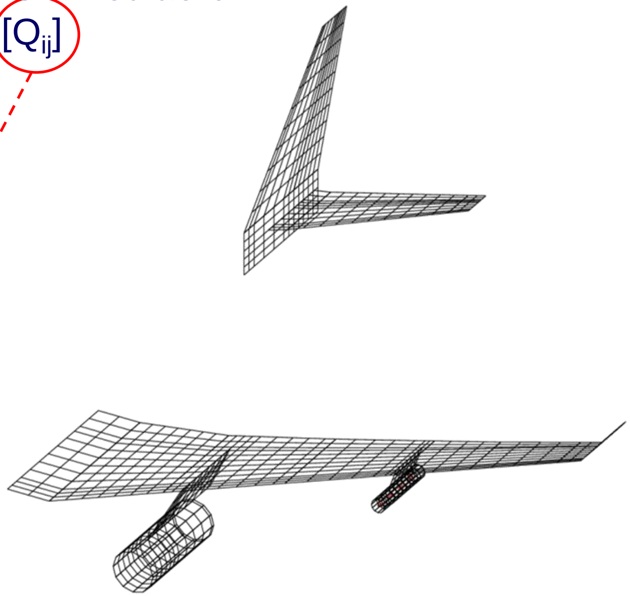
Finite Element Model to obtain

1. Mass Matrix (lumped masses) $[M_{ij}]$
2. Stiffness Matrix $[K_{ij}]$
3. The normal modes (generalized coordinates or DOFs) $[\phi_{ij}]$



$[\phi_{ij}]$

Aerodynamic Doublet-Lattice Model to obtain the generalized aero forces $[Q_{ij}]$



$$\left| \left[\tilde{K}\right]^{-1} \left(\left[M_{ij}\right] + \frac{1}{2\pi\mu k^2} \left[Q_{ij}\right] \right) - \left(\frac{\omega_\alpha}{\omega} \right)^2 (1 + i g_\alpha) \left[I\right] \right| = 0$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Notes: see videos of flutter calculations

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

… AND THE REAL SITUATION : AIRCRAFT DESIGN
FLUTTER EQUATION AND VG METHOD

$$[M_{aa}]\{\ddot{u}_a\} + [B_{aa}]\{\dot{u}_a\} + [K_{aa}]\{u_a\} = \{Q_a^A(u_a, \dot{u}_a, \ddot{u}_a)\} + \{Q_a^E(t)\}$$

$$\downarrow$$

$$\{Q_a^A(u_a, \dot{u}_a, \ddot{u}_a)\} = [G_{ka}]^T [Q_{kk}] [G_{ka}] [\phi_a] [u_h]$$

$$\begin{aligned}[\phi_a]^T [M_{aa}] [\phi_a] \{\ddot{u}_h\} + [\phi_a]^T [B_{aa}] [\phi_a] \{\dot{u}_h\} + [\phi_a]^T [K_{aa}] [\phi_a] \{u_h\} = \\ = [\phi_a]^T [G_{ka}]^T [Q_{kk}] [G_{ka}] [\phi_a] [u_h] + [\phi_a]^T \{Q_a^E(t)\}\end{aligned}$$

$$[M_{hh}]\{\ddot{u}_h\} + [B_{hh}]\{\dot{u}_h\} + [K_{hh}]\{u_h\} = \frac{1}{2}\rho_\infty U_\infty^2 [Q_{hh}(k, M_\infty)] [u_h] + \{Q_h^E(t)\}$$

$$-\omega^2 [M_{hh}]\{\tilde{u}_h\} + i\omega [B_{hh}]\{\tilde{u}_h\} + [K_{hh}]\{\tilde{u}_h\} = \frac{1}{2}\rho_\infty U_\infty^2 [Q_{hh}(k, M_\infty)] [\tilde{u}_h]$$

$$\left(-\omega^2 [M_{hh}] + i\omega [B_{hh}] + [K_{hh}] - \frac{1}{2}\rho_\infty U_\infty^2 [Q_{hh}(k, M_\infty)]\right) \{\tilde{u}_h\} = 0$$

$$\left(-\omega^2 [M_{hh}] + i\omega [B_{hh}] + (1 + ig) [K_{hh}] - \frac{1}{2}\rho_\infty U_\infty^2 [Q_{hh}(k, M_\infty)]\right) \{\tilde{u}_h\} = 0$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

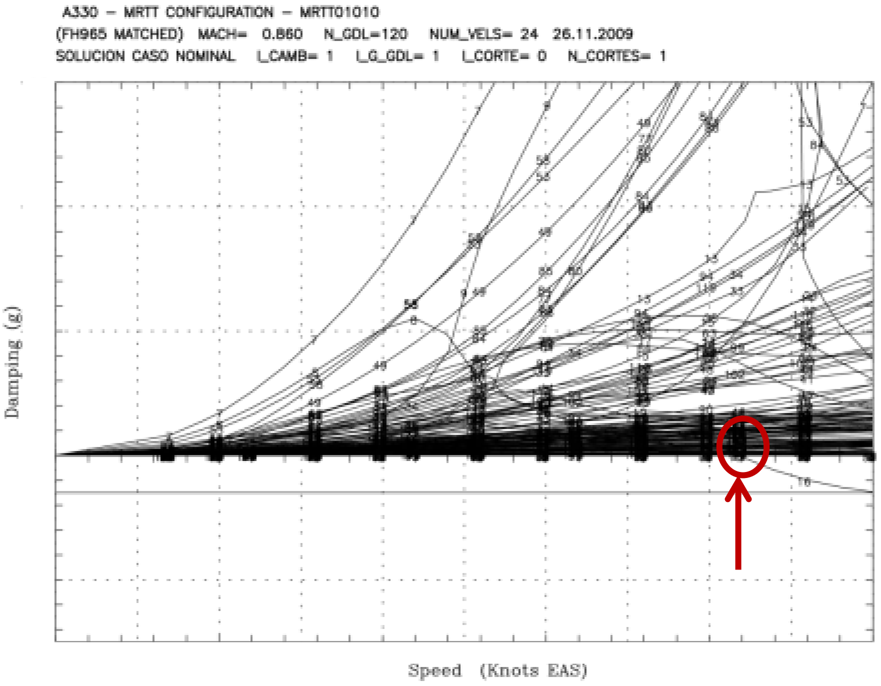
method will require iterations to match density (flight altitude), Mach number, and Flight Speed.

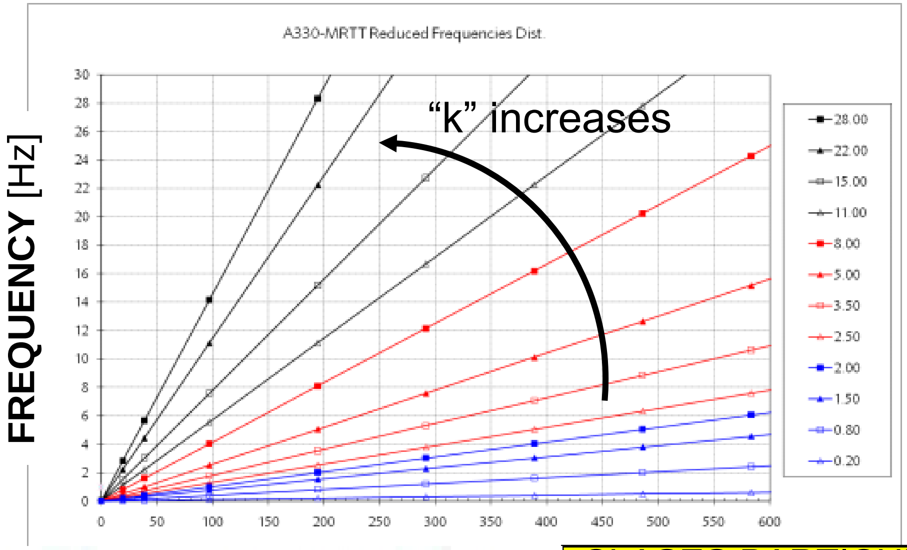
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

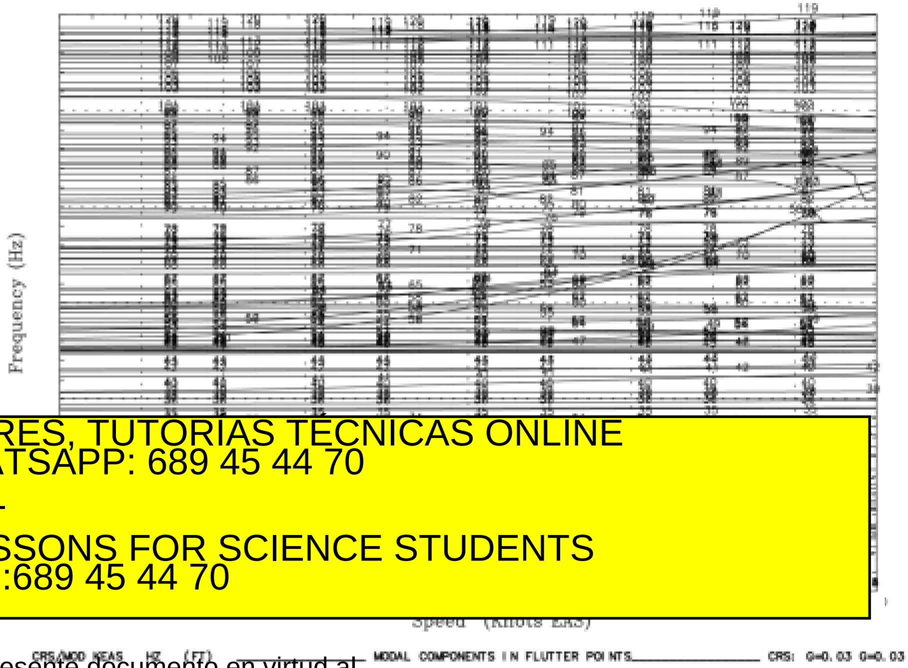
… AND THE REAL SITUATION:
FLUTTER EQUATION AND VG METHOD

$$\left| [M_{hh}] + \frac{\frac{1}{2}\rho_\infty U_\infty^2}{\omega^2} [Q_{hh}(k, M_\infty)] - \frac{(1+ig)}{\omega^2} [K_{hh}] \right| = 0$$

$$\left| [M_{hh}] + \frac{\rho_\infty b^2}{2k^2} [Q_{hh}(k, M_\infty)] - \frac{(1+ig)}{\omega^2} [K_{hh}] \right| = 0$$





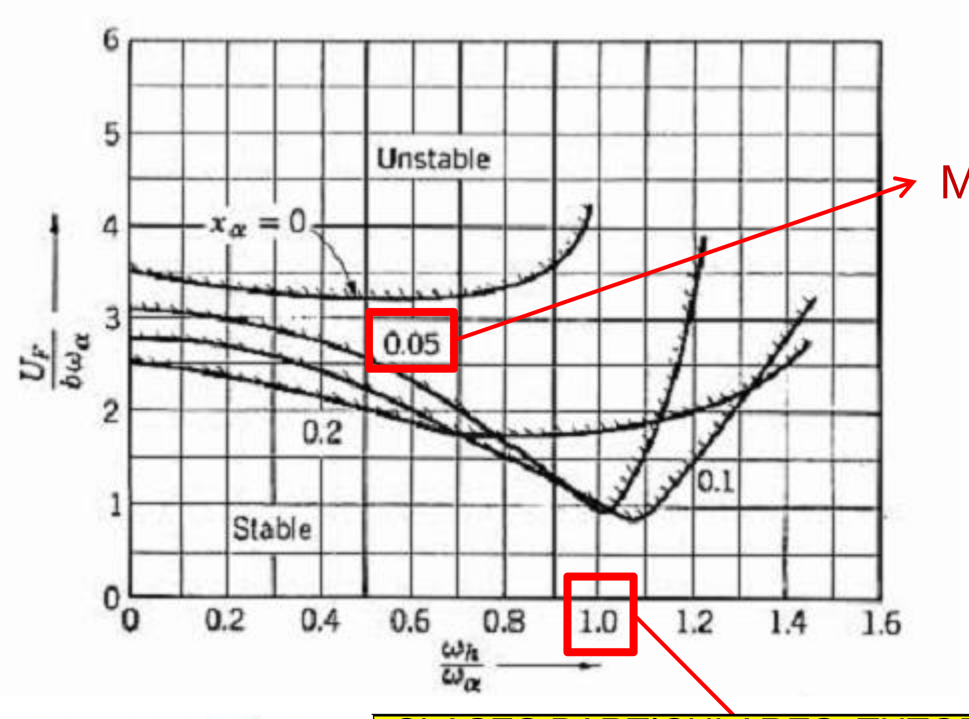


CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

INFLUENCE OF PARAMETERS ON FLUTTER SPEED

RATIO ω_h/ω_α



Moderate aft CG location

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

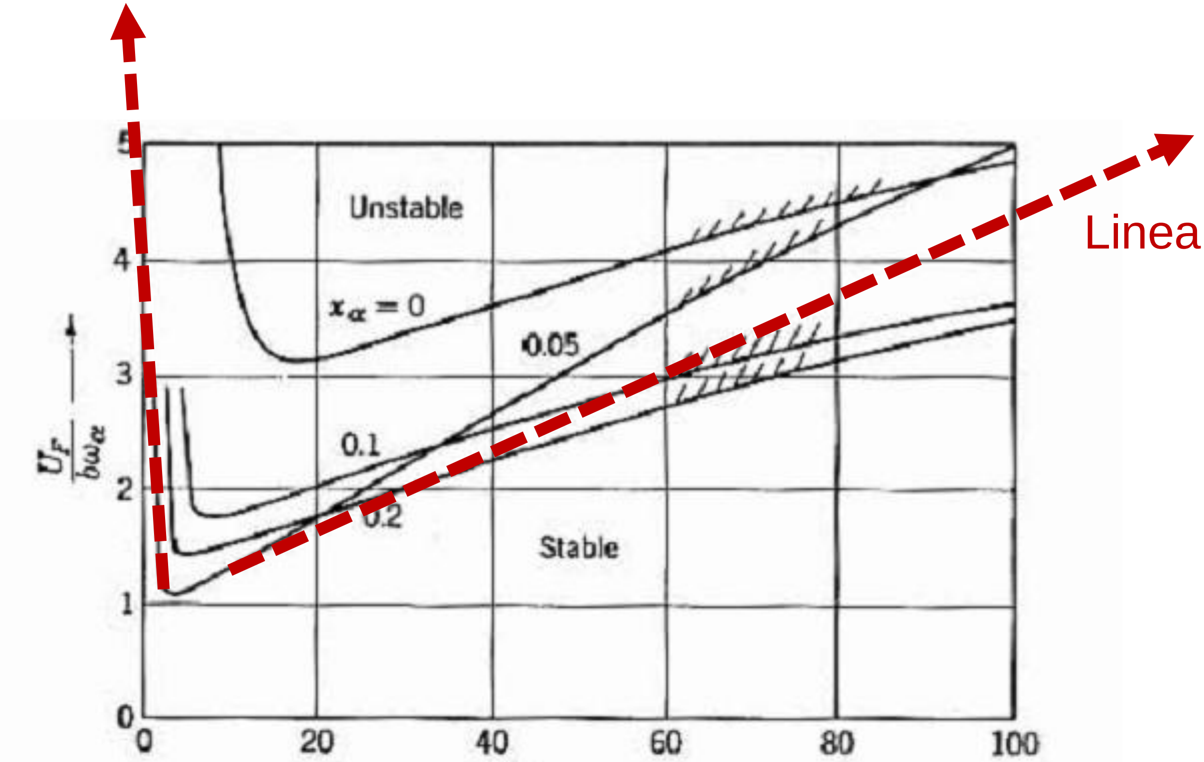
- Assuming incompressible flow

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

INFLUENCE OF PARAMETERS ON FLUTTER SPEED
Mass parameter μ

Dense medium

(Light personal airplanes at low altitude, submerged lifting surfaces on high-speed ships and submarines, …)



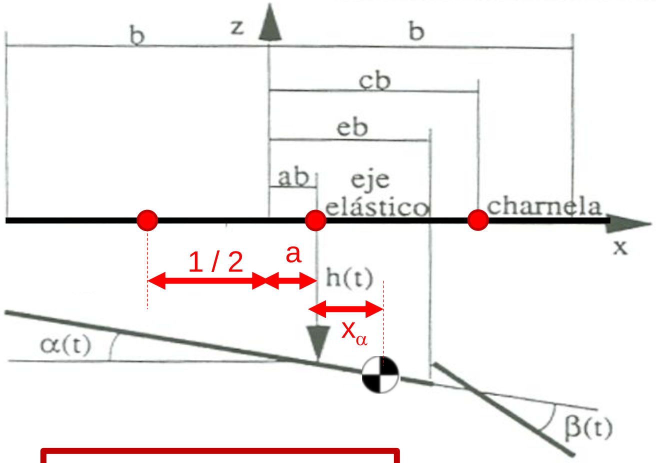
Linear tendency

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

INFLUENCE OF PARAMETERS ON FLUTTER SPEED

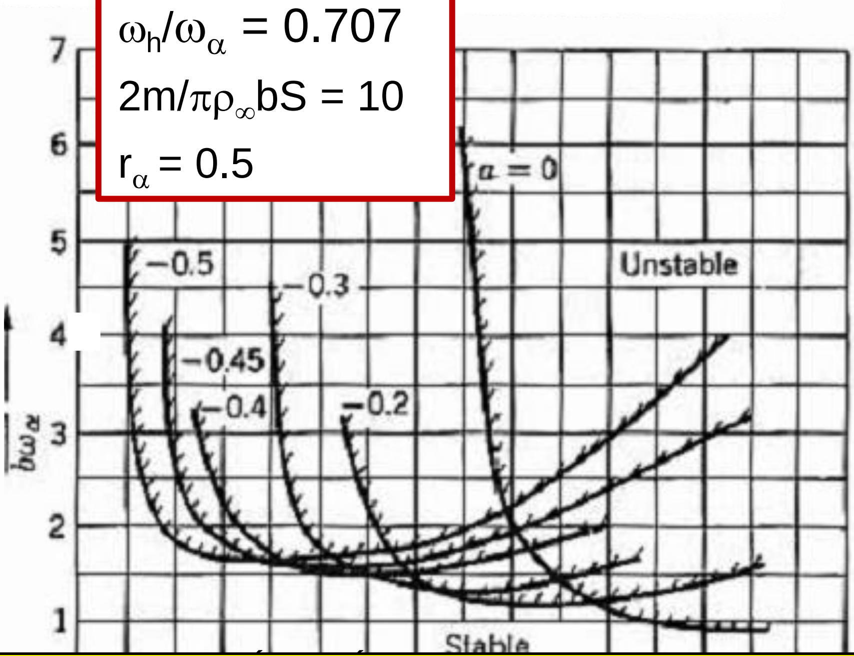
Distance CoG to AC : ½ + a + x_α



$\omega_h/\omega_\alpha = 0$

$2m/\pi\rho_\infty bS = 10$

$r_\alpha = 0.5$



$\omega_h/\omega_\alpha = 0.707$

$2m/\pi\rho_\infty bS = 10$

$r_\alpha = 0.5$

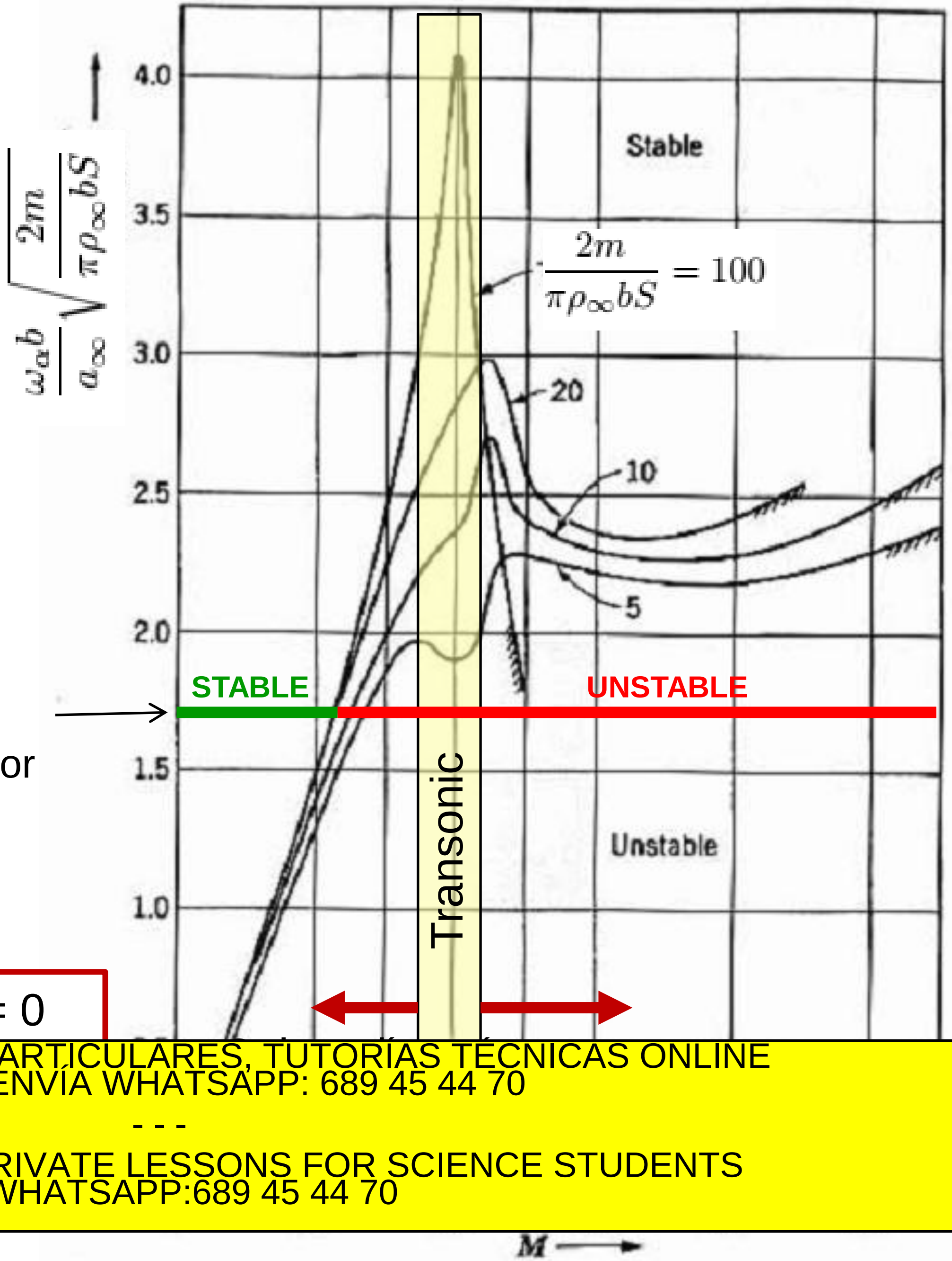
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

- Principle of mass balancing: a CoG ahead of the Elastic Axis (EA) suppresses flutter completely, at least for the forward EA positions (a<0)

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

INFLUENCE OF PARAMETERS ON FLUTTER SPEED

Effect of Mach number



Flight at a fixed ambient state corresponds to a certain horizontal straight line; no flutter is expected if this line falls entirely within the stable zone for all Mach numbers of interest

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Next weeks… the wild side of the Aeroelasticity:

UNSTEADY AERODYNAMICS

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

“Escuela Técnica Superior de Ingeniería Aeronáutica y del Espacio”

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.